

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Саратовский государственный технический
университет имени Гагарина Ю.А.»
Энгельсский технологический институт (филиал)

О.Г. Коваленко



38.02.03 Операционная деятельность в логистике

Энгельс 2024

РАССМОТРЕНО

на заседании ПЦМК 38.02.03

Председатель ПЦМК

 М.Л. Ермакова
Подпись Ф.И.О.

Протокол № 11

от «25» июня 2024 г.

РЕКОМЕНДОВАНО

Методическим советом ОСПДО
к использованию в учебном процессе

Протокол №10

от «26» июня 2024 г.

ОРГАНИЗАЦИЯ - РАЗРАБОТЧИК:

Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

РАЗРАБОТЧИК: Имангалиева Р.Б. преподаватель спецдисциплин ОСПДО

Пояснительная записка

По учебному плану в соответствии с рабочей программой на изучение ОП.08 Моделирование логистических систем обучающимися предусмотрено аудиторных занятий - 61 час, из них практических занятий – 36 часов. В методические указания включены 4 практические работы по темам курса. Каждое практическое занятие содержит сведения о цели ее проведения и практическом использовании результатов исследования, необходимых для проведения работы, включает краткие теоретические сведения, этапы выполнения работы.

Основная цель изучения учебной дисциплины - овладение основами использования современных информационных технологий в административной и офисной работе современного специалиста.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ПК.4.1 ПК.4.3 ОК 01 ОК 02 ОК 03 ОК 05	применять методы моделирования и исследования операций для решения профессиональных задач; решать прикладные экономические и технические задачи методами математического моделирования; применять методы теории массового обслуживания при решении экономических и технических задач, использовать указанные методы в практической деятельности; строить графовые и сетевые модели для решения пошаговых оптимизационных задач	методы моделирования логистических процессов; основные методы исследования операций; основные элементы теории массового обслуживания; основные элементы теории графов и сетей

Общие (и профессиональные) компетенции, включающие в себя способность:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

ПК.4.1 Планировать работу элементов логистической системы

ПК.4.3 Составлять программу и осуществлять мониторинг показателей работы на уровне подразделения (участка) логистической системы

Практические занятия

Номер и тема раздела	Номер практического занятия	Наименование темы занятия	Кол-во часов (ауд.)
1	2	3	4
Раздел 2. Математическое программирование в логистике	1	Практическое занятие № 1. Решение задач линейного программирования графическим методом	8
Раздел 3. Методы моделирования логистических систем	2	Практическое занятие № 2. Оптимизация логистических систем графовыми методами	8
	3	Практическое занятие № 3. Решение задач массового обслуживания	10
	4	Практическое занятие № 4. Моделирование логистических систем с использованием теории массового обслуживания	10

Материально-техническое и комплексно-методическое обеспечение:

Реализации программы учебной дисциплины «ОП.08 Моделирование логистических систем» проходит в учебном кабинете «Информационные технологии в профессиональной деятельности».

Оборудование учебного кабинета:

Мультимедийный комплекс: 12 компьютеров (I3/8Гб/500), мониторы 24' BENQ, LG, Philips, клавиатуры, мыши, объединены в локальную сеть с выходом в Интернет и доступом в информационно-образовательную среду ЭТИ (филиал) СГТУ имени Гагарина Ю.А.,

Рабочее место преподавателя, рабочие места обучающихся 12 столов, 12 стульев; маркерная доска, учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации по рабочей программе дисциплины.

Программное обеспечение: Microsoft Windows 7, Microsoft Office 2010 (Word, Excel, PowerPoint), MSDN Academic Alliance (VisualStudio; Корпоративные серверы .NET: WindowsServer, SQLServer, ExchangeServer, CommerceServer, BizTalkServer, HostIntegrationServer, ApplicationCenterServer, Systems ManagementServer); Система трехмерного моделирования Компас-3D; Система автоматизированного проектирования Mathcad; Гарант; GoogleChrome.

Электронно-библиотечная система:

Доступ авторизованных пользователей через Интернет

«ЭБС IPRbooks», ООО «Ай Пи Эр Медиа»

ЭБС «Электронная библиотека технического вуза», ООО «Политехресурс»

ЭБС «Лань», ООО «Издательство Лань»

«ЭБС elibrary», ООО «РУНЭБ»

ЭБС «ЮРАЙТ»

ЭБС «Book.ru»

3.2. Информационное обеспечение

Информационное обеспечение обучения содержит перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы.

3.2.1. Основные печатные и электронные издания

1. Горев, А. Э. Теория транспортных процессов и систем : учебник для среднего профессионального образования / А. Э. Горев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-13578-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/471089>

2. Катаргин, Н. В. Анализ и моделирование логистических систем / Н. В. Катаргин, О. Н. Ларин, Ф. Д. Венде. — 2-е стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 248 с. — ISBN 978-5-8114-8672-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179155>

3. Методы оптимизации. Задачник : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. В. Токарев, А. В. Соколов, Л. Г. Егорова, П. А. Мышкис. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 292 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-12490-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/475317>

4. Панов, С. А. Моделирование логистических систем : учебное пособие / С. А. Панов. — Дубна : Государственный университет «Дубна», 2018. — 205 с. — ISBN 978-5-89847-541-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154497>

3.2.2. Дополнительные источники

1. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; ответственный редактор М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 541 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-3138-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/426162>

2. Палий, И. А. Линейное программирование : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 175 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04716-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/472883>

Интернет-ресурсы:

- 1 <http://www.edu.ru>
- 2 <http://inf.1september.ru>
- 3 <http://www.ipospb.ru/journal/>
- 4 <http://www.it-education.ru>
- 5 <http://www.klyaksa.net><http://www.garant.ru/> — Информационная система ГАРАНТ
- 6 <http://www.consultant.ru/> — Информационная система Консультант Плюс.

Электронно-библиотечная система:

1. ЭБС «IPRbooks», ООО «Ай Пи Эр Медиа»
2. ЭБС «Электронная библиотека технического вуза», ООО «Политехресурс»
3. ЭБС «Лань», ООО «Издательство Лань»
4. ЭБС «elibrary», ООО «РУНЭБ»
5. ЭБС «ЮРАЙТ»
6. ЭБС «Book.ru»

Практическое занятие № 1

Тема раздела: Раздел 2. Математическое программирование в логистике

Тема практического занятия: Решение задач линейного программирования графическим методом

Цель: Научиться решать задачи линейного программирования графическим методом.

Методы обучения: эвристический, практические репродуктивные, наглядно-словесный, создание ситуации успеха, методы контроля и самоконтроля

Форма организации учебной деятельности: фронтальная, индивидуальная

Время выполнения: 360 минут

Вопросы для проверки готовности обучающихся к практическому занятию:

- 1 Что такое математическое программирование?
- 2 Что такое линейное программирование?
- 3 Что такое область допустимых решений?
- 4 Что называется, допустимый план?
- 5 В чем заключается основная задача линейного программирования?
- 7 Что такое целевая функция?
- 6 Что называется, оптимальным планом?
- 7 Что такое математическая модель задачи?
- 8 Геометрическое представление области решения системы неравенств.
- 9 Что такое опорная прямая?

Рекомендуемая литература: [1], [2]

Форма отчетности по занятию: выполненный файл на компьютере

Последовательность выполнения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить практическую работу, пользуясь пояснениями преподавателя.
3. Предоставить выполненную работу преподавателю.

Краткие теоретические сведения:

Первые постановки задач линейного программирования были сформулированы известным советским математиком-экономистом Л.В. Канторовичем в 1939 году, которому за эти работы была присуждена Нобелевская премия по экономике. Появление этой работы открыло новый этап в применении математики в экономике. В 1947 году математик Дж. Данциг разработал эффективный метод решения данного класса задач – симплекс-метод.

Линейное программирование — это наука о методах исследования и отыскания экстремальных (наибольших и наименьших) значений линейной функции, на неизвестные которой наложены линейные ограничения. Для решения задач линейного программирования составляется математическая модель задачи и выбирается метод решения. По типу решаемых задач методы разделяются на универсальные и специальные. С помощью универсальных методов могут решаться любые задачи линейного программирования (ЗЛП). Специальные методы учитывают особенности модели задачи, ее целевой функции и системы ограничений.

Перед решением задачи составляем её математическую модель.

Математической моделью называется математическое выражение целевой функции и ее ограничений.

Принцип составления математической модели следующий:

- в первую очередь необходимо определить критерий оптимальности (максимум прибыли, минимум издержек и т.д.);
- во втором этапе для построения математической модели необходимо задать переменные решения;

Экстремальные значения целевой функции следует искать среди угловых точек (вершин) области допустимых решений.

Алгоритм графического метода решения задачи линейного программирования:

- построить область допустимых решений (ОДР);
- построить вектор градиента $\text{grad}Z=(c_1, c_2)$ целевой функции;
- построить линии уровня целевой функции, перпендикулярные вектору градиента (графический поиск экстремальных точек);
- определить аналитически координаты экстремальных точек и вычислить значение целевой функции в них.

Задачи, решаемые методами линейного программирования, очень разнообразны по содержанию. Но их математические модели схожи и условно объединяются в следующие группы задач:

- задачи об оптимальном распределении ресурсов (оптимальная производственная программа);
- задачи об оптимальной корзине продуктов;
- задачи оптимального раскроя;
- задачи составления расписания;
- транспортные задачи;
- задачи о назначениях.

Широкое применение модели линейного программирования получили при решении задач экономии ресурсов (выбор ресурсосберегающих технологий, составление смесей), производственных и других задач.

ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ: ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Предприятие выпускает два вида крепежных изделий: гайки и шайбы. Норма расхода сырья, времени работы оборудования и затрат на электроэнергию, которые необходимы для производства одной тонны каждого изделия, приведены в таблице.

Месячные запасы ресурсов, которыми располагает предприятие, ограничены. По сырью эти ограничения обусловлены емкостью складских помещений, по оборудованию – станочным парком и трудовыми ресурсами, по электроэнергии – техническими и финансовыми причинами. Размеры запасов и прибыль от реализации продукции в у.е. за 1 тонну приведены в таблице.

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на тонну продукции		Ограничения по ресурсам
	Шайбы	Гайки	
Сырье	4	6,4	316
Оборудование	3,2	4,8	266
Электричество	4	5,6	240
Прибыль (у.е./т)	90	140	

Требуется сформировать месячную производственную программу (определить объемы выпуска каждого вида продукции), при которой прибыль от реализации будет максимальной. Составить математическую модель данной задачи и решить ее двумя способами:

- а) графическим методом;

Построение математической модели.

Критерий оптимальности – максимальный доход.

Переменные решения:

x_1 – объем выпуска крепежного изделия – шайбы, (тонн);

x_2 – объем выпуска крепежного изделия – гайки, (тонн);

Цель – максимизация прибыли, получаемая при реализации крепежных изделий: шайб и гаек. Таким образом, суммарная прибыль, то есть целевая функция:

$$Z(X) = 90x_1 + 140x_2 \rightarrow \max$$

Ограничения по запасам ресурса на три вида продукции.

Левая часть ограничения по нормам расхода ресурсов представляет собой сырье, оборудование и электроэнергию, затрачиваемые на производство объема выпуска каждого вида крепежных изделий x_1 , x_2 . Правая часть ограничения – это их запас ресурса. Получаем следующие ограничения:

- по сырью:

$$4x_1 + 6,4x_2 \leq 316;$$

- по оборудованию:

$$3,2x_1 + 4,8x_2 \leq 266;$$

- по электроэнергии:

$$4x_1 + 5,6x_2 \leq 240.$$

Данная математическая модель выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} Z(X) &= 90x_1 + 140x_2 \rightarrow \max \\ &\begin{cases} 4x_1 + 6,4x_2 \leq 316 \\ 3,2x_1 + 4,8x_2 \leq 266 \\ 4x_1 + 5,6x_2 \leq 240 \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Построим область допустимых решений, т.е. решим графически систему неравенств. Для этого построим каждую прямую и определим полуплоскости, заданные неравенствами (полуплоскости обозначены штрихом).

Построим уравнение $4x_1 + 6,4x_2 = 316$ по двум точкам. Для нахождения первой точки приравняем $x_1 = 0$. Находим $x_2 = 49,375$. Для нахождения второй точки приравняем $x_2 = 0$. Находим $x_1 = 79$.

x_1	0	79
x_2	49,375	0

Соединяем точку (0;49,375) с (79;0) прямой линией. Определим полуплоскость, задаваемую неравенством. Выбрав точку (0;0), определим знак неравенства в полуплоскости: $4 \cdot 0 + 6,4 \cdot 0 \leq 316$, т.е. $4x_1 + 6,4x_2 \leq 316$ в полуплоскости ниже прямой.

Далее построим уравнение $3,2x_1 + 4,8x_2 = 266$ по двум точкам (по вышеизложенному алгоритму).

x_1	0	83,125
x_2	55,416	0

Соединяем точку (0;55,416) с (83,125;0) прямой линией. Определим полуплоскость, задаваемую неравенством. Выбрав точку (0;0), определим знак неравенства в полуплоскости: $3,2 \cdot 0 + 4,8 \cdot 0 \leq 266$, т.е. $3,2x_1 + 4,8x_2 \leq 266$ в полуплоскости ниже прямой.

Построим уравнение $4x_1 + 5,6x_2 = 240$ по двум точкам.

x_1	0	60
x_2	42,8571	0

Соединяем точку (0;42,8571) с (60;0) прямой линией. Определим полуплоскость, задаваемую неравенством. Выбрав точку (0;0), определим знак неравенства в полуплоскости: $4 \cdot 0 + 5,6 \cdot 0 \leq 240$, т.е. $4x_1 + 5,6x_2 \leq 240$ в полуплоскости ниже прямой.

Исходя из нашей целевой функции задачи $Z(X) = 90x_1 + 140x_2 \rightarrow \max$, можем найти вектор-градиент. Вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизации $Z(X)$. Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (90;140).

$$\text{grad}Z = (90;140)$$

Поскольку вектор-градиент пересекается с прямой (3), находим максимальную величину (x_{\max}).

$$4x_1 + 5,6x_2 = 240$$

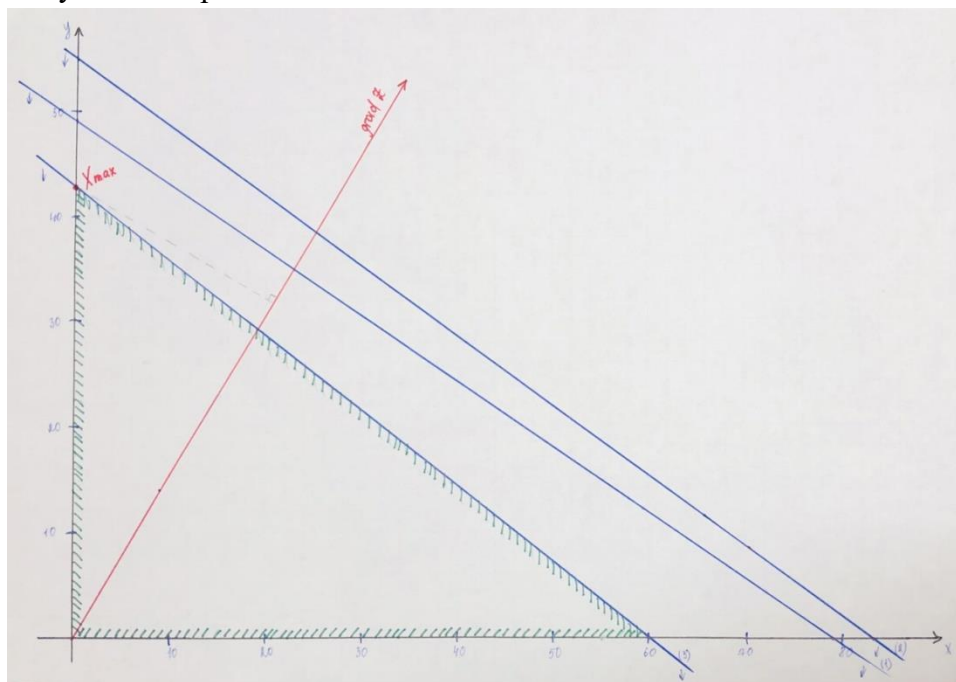
Решив систему уравнений, получим:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0, \\ x_2 &= 42,8571. \end{aligned}$$

Откуда найдем максимальное значение целевой функции:

$$Z(X) = 90 \cdot 0 + 140 \cdot 42,8571 = 6000$$

Исходя из вышеизложенного решения графическим методом, график решения выглядит следующим образом:



Вывод: при объеме выпуска 0 тонн шайб, 42,8571 тонн гаек, максимальная прибыль от реализации крепежных изделий составит 6000 у.е.

б) с использованием надстройки «Поиск решения» MSExcel.

Построив математическую модель, можно перейти к построению табличной модели. Для этого введем данные – параметры, которые характеризуют выпуск крепежных изделий, в единую таблицу.

	A	B	C	D
1	Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на то		Ограничения по ресурсам
2		Шайбы	Гайки	
3	Сырье	4	6,4	316
4	Оборудование	3,2	4,8	266
5	Электроэнергия	4	5,6	240
6				
7	Прибыль от одного изделия (у.е./т)	90	140	
8				
9		X1	X2	
10	Производственная программа			
11	Прибыль (целевая функция)	0		
12				
13	Ограничения:	Расход ресурса	Знак	Запас ресурса
14	Сырье	0 <=		316
15	Оборудование	0 <=		266
16	Электроэнергия	0 <=		240
17				

В колонке «Запас ресурса» указаны ограниченные месячные запасы ресурсов, которыми располагает предприятие.

Целевая функция. В ячейке B11 будет отображаться значение целевой функции. Формула, по которой это значение будет рассчитано, определяется выражением:

$$90x_1 + 140x_2$$

Используя обозначения соответствующих ячеек в Excel, получим следующее:

$$=СУММПРОИЗВ(B10:C10;B7:C7)$$

Ограничения задачи представляют собой сумму произведений каждой из ячеек переменных (B10, C10) на соответствующую ячейку для коэффициентов конкретного ограничения (B7, C7).

Таким образом, для первого ограничения в ячейку B14 будет введена формула:

$$=СУММПРОИЗВ(\$B\$10:\$C\$10;B3:C3),$$

где символ \$ означает, что при копировании этой формулы в другие места листа Excel номер строки 10 не изменится. Скопируем эту формулу в ячейки B15 и B16. В формуле будет меняться только номер строки во втором массиве. Этот номер является строкой, где записано ограничение.

	A	B	C	D
1	Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на тонну продукции		Ограничения по ресурсам
2		Шайбы	Гайки	
3	Сырье	=0,5*8	=0,8*8	=300+2*8
4	Оборудование	=0,4*8	=0,6*8	=250+2*8
5	Электроэнергия	=0,5*8	=0,7*8	=200+5*8
6				
7	Прибыль от одного изделия (у.е./т)	90	140	
8				
9		X1	X2	
10	Производственная программа			
11	Прибыль (целевая функция)	=СУММПРОИЗВ(B10:C10;B7:C7)		
12				
13	Ограничения:	Расход ресурса	Знак	Запас ресурса
14	Сырье	=СУММПРОИЗВ(\$B\$10:\$C\$10;B3:C3)	<=	=D3
15	Оборудование	=СУММПРОИЗВ(\$B\$10:\$C\$10;B4:C4)	<=	=D4
16	Электроэнергия	=СУММПРОИЗВ(\$B\$10:\$C\$10;B5:C5)	<=	=D5
17				

С помощью надстройки «Поиск решения» найдем решение данной задачи. В диалоговом окне «Поиска решения» требуется ввести необходимые параметры.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на тонну продукции		Ограничения по ресурсам						
2		Шайбы	Гайки							
3	Сырье	4	6,4							
4	Оборудование	3,2	4,8							
5	Электроэнергия	4	5,6							
6										
7	Прибыль от одного изделия (у.е./т)	90	140							
8										
9		X1	X2							
10	Производственная программа									
11	Прибыль (целевая функция)	0								
12										
13	Ограничения:	Расход ресурса	Знак	Запас ресурса						
14	Сырье	0	<=	316						
15	Оборудование	0	<=	266						
16	Электроэнергия	0	<=	240						
17										
18										
19										

Поиск решения

Установить целевую ячейку: \$B\$11

Равной: ☒ максимальному значению ☐ значению: 0

Изменяя ячейки: \$B\$10:\$C\$10

Ограничения: \$B\$14:\$B\$16 <= \$D\$14:\$D\$16

Выполнить

Заккрыть

Предположить

Добавить

Изменить

Удалить

Параметры

Восстановить

Справка

Результаты поиска решения следующие:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на тонну продукции		Ограничения по ресурсам						
2		Шайбы	Гайки							
3	Сырье	4	6,4	316						
4	Оборудование	3,2	4,8	266						
5	Электроэнергия	4	5,6	240						
6										
7	Прибыль от одного изделия (у.е.)	90	140							
8										
9		X1	X2							
10	Производственная программа	0	42,85714286							
11	Прибыль (целевая функция)	6000								
12										
13	Ограничения:	Расход ресурса	Знак	Запас ресурса						
14	Сырье	274,2857143	<=	316						
15	Оборудование	205,7142857	<=	266						
16	Электроэнергия	240	<=	240						
17										
18										
19										

Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета: Результаты, Устойчивость, Пределы

☒ Сохранить найденное решение

☐ Восстановить исходные значения

ОК

Отмена

Сохранить сценарий...

Справка

Вывод: при объеме выпуска 0 тонн шайб, 42,8571 тонн гаек, максимальная прибыль от реализации крепежных изделий составит 6000 у.е.

Этапы выполнения работы:

Задание №1: Найдите решение задач линейного программирования графическим методом, используя программу MS Excel.

Вариант 1

$$z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$z = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\text{г) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Вариант 2

$$z = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$z = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 8, \\ 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$z = 6x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 5x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ 6x_1 + 7x_2 \geq 5, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$z = 2x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$\text{г) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \geq 16, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Критерии оценивания:

«отлично» - 86 – 100%,

«хорошо» - 66 – 85%,

«удовлетворительно» - 45 – 65%,

«неудовлетворительно» - менее 45%.

Практическое занятие № 2

Тема раздела: Раздел 3. Методы моделирования логистических систем

Тема практического занятия: Оптимизация логистических систем графовыми методами

Цель: иметь представление о логических системах, графовые методы в логических системах.

Методы обучения: эвристический, практические репродуктивные, наглядно-словесный, создание ситуации успеха, методы контроля и самоконтроля

Форма организации учебной деятельности: фронтальная, индивидуальная

Время выполнения: 360 минут

Вопросы для проверки готовности обучающихся к практическому занятию:

1. Что такое логистика как направление научно-практической деятельности?

2. Каковы основные этапы развития логистики и уровни логистического управления?
3. Каково место логистики в современных методах управления производственно-сбытовой деятельностью?
4. На какие потоки можно воздействовать в процессе логистического управления?
5. Чем логистика дополняет и расширяет маркетинг?
6. Что такое макрологистика и микрологистика и каковы основные задачи, решаемые ими?
7. Какие основные вопросы решаются в процессе логистического управления?
8. Какова принципиальная структура системы логистического управления?
9. Какие существуют функциональные области логистики?
10. Каковы точные определения материального потока, являющегося объектом логистического управления, логистической системы, логистической операции и логистической цепи?
11. Что является источником экономического эффекта при логистическом управлении и каким образом логистическое управление может влиять на конкурентоспособность фирмы?
12. На какие уровни подразделяются логистические решения и каковы сроки действия и реализации этих решений?

Рекомендуемая литература: [1], [2]

Форма отчетности по занятию: выполненный файл на компьютере

Последовательность выполнения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить практическую работу, пользуясь пояснениями преподавателя.
3. Предоставить выполненную работу преподавателю.

Краткие теоретические сведения:

Рассмотрим пример материального потока в сфере обращения. Логистический подход к управлению материальными потоками заключается в интеграции отдельных участников логистического процесса в единую систему, способную быстро и экономично доставить необходимый товар в нужное место. Сложность здесь заключается в том, что в рамках единой системы необходимо объединить различных собственников, т. е. субъектов с различными экономическими интересами.

В качестве примера логистического подхода к управлению материальными потоками в сфере обращения рассмотрим процесс доведения сахарного песка от завода-изготовителя до магазинов розничной торговой сети. На рис. 1 изображены три категории участников этого процесса: завод, оптовая база и сеть продовольственных магазинов.

Логистическая оптимизация материального потока позволяет снизить совокупные затраты на товародвижение, результат достигается за счет осуществления различных мероприятий. Остановимся здесь на одном из них. Рассмотрим, что необходимо сделать для снижения затрат на логистику за счет оптимизации упаковки товаров.

Традиционно при производстве сахарный песок затаривается в мешки емкостью 50 кг. Логистически неоптимизированный материальный поток будет представлять собой движение сахарного песка в мешках на протяжении всей цепи, вплоть до магазинов.

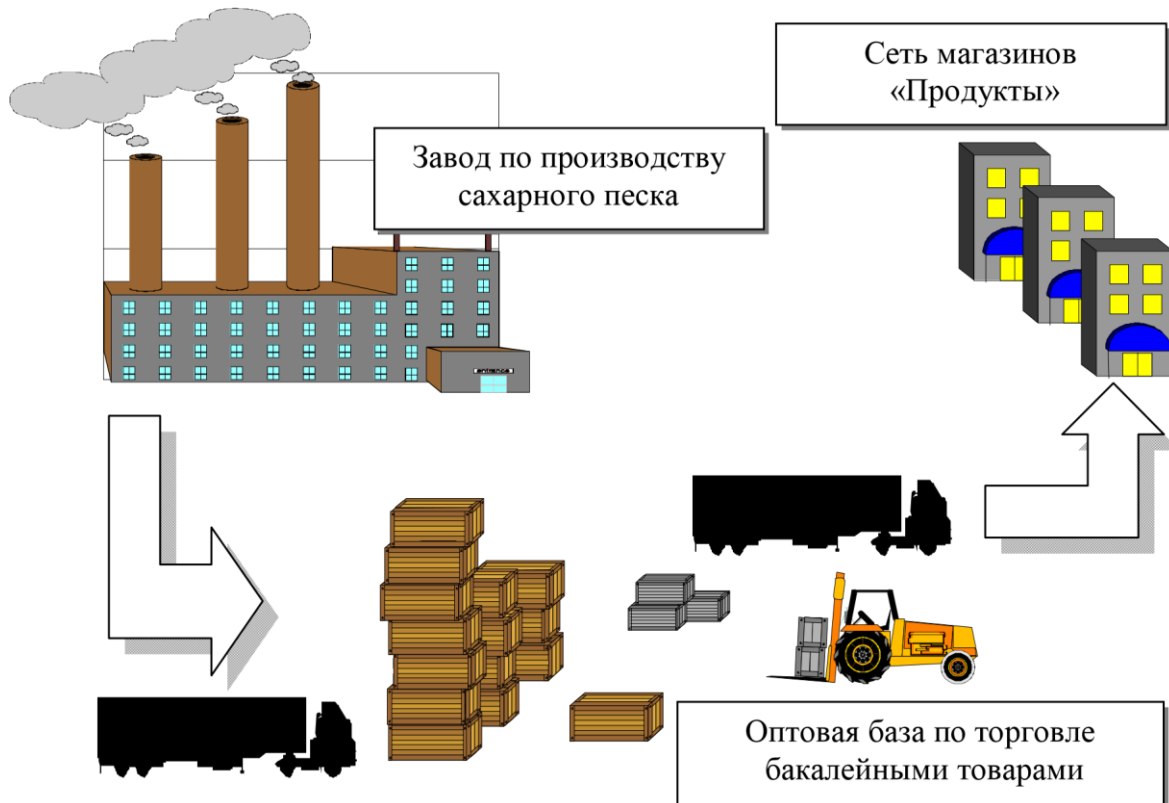


Рис. 1. Принципиальная схема движения сахара от завода-изготовителя до магазинов

Логистическая оптимизация процесса доведения сахарного песка до розничной торговой сети предполагает наличие тесных партнерских отношений между всеми участниками логистического процесса, работу на так называемый общий результат.

Представим ситуацию, когда все три участника находятся в руках одного собственника и зададимся вопросом: «Где этот собственник организовал бы расфасовку сахарного песка в пакеты?»

Фасовку сахара в нашем примере можно осуществлять в четырех местах:

- ☐ за прилавком магазина на рабочем месте продавца во время обслуживания очередного покупателя;
- ☐ в магазине в помещении для подготовки товара к продаже на рабочем месте фасовщика, специально занятого расфасовкой сахара;
 - ☐ на оптовой базе в цехе фасовки;
 - ☐ на заводе-изготовителе.

Отметим, не останавливаясь на доказательстве, что наименее производительной, а значит, и наиболее дорогой, будет организация фасовочных работ в магазине, особенно на рабочем месте продавца. Значительный эффект можно получить, организовав фасовку сахара на оптовой базе и снабжая магазины фасованным сахаром. Однако и здесь, за исключением ограниченного числа складов, нельзя достаточно эффективно использовать мощную фасовочную технику. Максимальный экономический эффект можно получить, лишь установив высокопроизводительное фасовочное оборудование на заводе-изготовителе.

В связи с этим очевидно, что единый собственник всех указанных участников процесса товародвижения организовал бы расфасовку сахарного песка на заводе-изготовителе. Однако названные выше участники, как правило, находятся в руках разных собственников. Причем если розничная торговля выигрывает от торговли фасованным

сахаром, то для завода-изготовителя организация фасовки – лишние затраты. Поэтому, для того чтобы сахарный песок не проходил всю логистическую цепь в мешках, а расфасовывался на более ранних этапах товародвижения, необходимо тщательно отрегулировать механизм экономических взаимоотношений участников.

В результате завоза в магазины нерасфасованного сахарного песка совокупность участников процесса товародвижения упускает часть возможной прибыли. Этого не произойдет, если участники товародвижения смогут объединиться и совместно решить следующие задачи:

1. Определить размер дополнительной прибыли, получаемой за счет организации фасовочных работ на заводе-изготовителе, а также договориться о порядке ее справедливого распределения между участниками, т. е. решить экономическую задачу.

2. Выбрать технические средства для обеспечения процесса доведения фасованного сахара до торговых залов магазинов. Сюда входят: тара-оборудование, которое будет заполняться единицами расфасовки на заводе, а затем через склады оптовой базы доставляться в магазины; специальные виды транспортных средств для эффективной транспортировки выбранных видов тары-оборудования; средства для выполнения погрузочно-разгрузочных работ и т. д. Это комплекс технических задач.

3. Договориться о едином взаимоувязанном технологическом процессе обработки материального потока, начиная от цеха фасовки завода и заканчивая торговым залом магазина. Это комплекс технологических задач.

4. Решить математическими методами различные оптимизационные задачи, например, задачу оптимизации запасов на всех участках движения сахарного песка, задачу определения оптимальных размеров поставляемых партий и др.

В целом это комплекс математических задач, в результате решения которых может быть создана интегрированная материалопроводящая система, обеспечивающая экономический выигрыш только лишь за счет качественного изменения управления материальным потоком.

Как следует из данного примера, логистический подход предполагает необходимость решения задач в области техники, технологии, экономики и математики.

Этапы выполнения работы:

Задание №1. Определить выгодность применения бортового автомобиля или самосвала на кольцевом маршруте, если расстояние ездки 30 км, грузоподъемность бортового автомобиля — 7 т, самосвала — 6 т, время погрузки и выгрузки бортового автомобиля — 0,8 ч, самосвала — 0,3 ч, коэффициент использования грузоподъемности — 0,8, техническая скорость — 25 км/ч, время в наряде 8,5 ч.

Задание №2. Нарисовать сеть, представленную следующей таблицей.

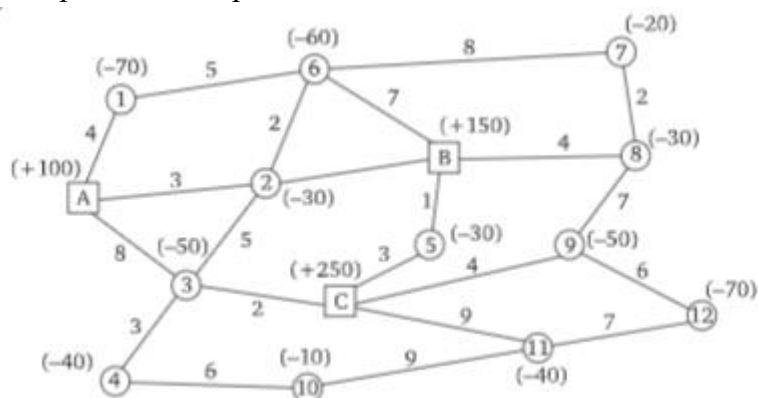
Дуга		Расстояние, км	Дуга		Расстояние, км
из узла	в узел		из узла	в узел	
1	2	1	4	5	12
1	3	5	4	6	14
1	4	2	5	8	3
2	5	13	5	9	9
2	6	12	6	8	6
2	7	11	6	9	5
3	5	6	7	8	8
3	6	10	7	9	10
3	7	4	8	10	5

Найти кратчайшие маршруты между узлом 1 и всеми остальными узлами.

Задание №3. Найти минимальное время доставки грузов из пунктов 9, 12, 13 в пункт 1.

Дуга		Расстояние, км	Дуга		Расстояние, км	Дуга		Расстояние, км
из узла	в узел		из узла	в узел		из узла	в узел	
1	2	8	5	6	5	8	13	4
1	5	6	5	11	8	9	10	3
1	6	2	6	7	3	9	13	6
2	3	1	6	11	2	10	13	3
2	4	4	6	12	12	10	14	5
3	4	9	7	11	4	10	12	6
3	9	3	7	10	2	11	15	7
4	5	3	7	14	9	12	15	3
4	8	6	7	8	1	13	14	4
4	9	2	8	10	3	14	15	2

Задание №4. С трех складов поставщика (A, B, C) обслуживается 12 торговых точек (см. рисунок). Объем товара на складе обозначен в скобках величинами со знаком «плюс». Спрос в торговых точках указан в скобках величинами со знаком «минус». Построить оптимальный план перевозок товара методом потенциалов.



Задание №5. Объем продажи некоторого магазина — 1500 пакетов супа в год. Спрос равномерно распределяется в течение года. Цена одного пакета — 2 руб. За один заказ владелец магазина должен заплатить 10 руб. Время доставки заказа от поставщика составляет 12 рабочих дней (при 6-дневной рабочей неделе), но по вине поставщика возможна задержка в выполнении заказа на 2 дня. По оценкам специалистов, издержки хранения составляют 20% стоимости товара. Магазин работает 300 дней в году. Провести расчет параметров системы с фиксированным заказом.

Задание №6. Промышленная компания в одном из технологических процессов использует детали X, закупаемые у внешнего поставщика. Спрос компании на детали X периодически меняется, однако приблизительно его можно описать с помощью нормального распределения со средним значением 80 деталей в день. Стандартное отклонение спроса — 10 деталей в день. Стоимость каждой детали — 0,50 долл. За каждый заказ поставщик взимает плату в 25 долл. Время поставки заказа поставщиком фиксировано — 8 дней. Стоимость хранения — 20% от стоимости детали. Компания работает 5 дней в неделю в течение 50 недель в году. Нехватка запасов более одного раза в 20 циклах не допускается. Найти гарантийный, пороговый и максимальный запас.

Задание №7. По прогнозам частного предпринимателя спрос на продукцию X в течение года должен составить 2040 шт. Количество рабочих дней в году — 240, в месяце — 20.

Спрос подчиняется нормальному распределению. Средний суточный спрос — 8,5 шт. в день, стандартное отклонение — 2 шт. в день. Затраты на поставку составляют 14,2 тыс. руб.; затраты на содержание запаса — 2 тыс. руб. Время исполнения заказа — 5 дней. Построить модель с фиксированным временем поставки товара таким образом, чтобы в 99% случаев обеспечить бесперебойную торговлю.

Критерии оценивания:

«отлично» - 86 – 100%,
 «хорошо» - 66 – 85%,
 «удовлетворительно» - 45 – 65%,
 «неудовлетворительно» - менее 45%.

Практическое занятие № 3

Тема раздела: Раздел 3. Методы моделирования логистических систем

Тема практического занятия: Решение задач массового обслуживания

Цель: получить практический опыт моделирования систем массового обслуживания методами имитационного моделирования.

Методы обучения: эвристический, практические репродуктивные, наглядно-словесный, создание ситуации успеха, методы контроля и самоконтроля

Форма организации учебной деятельности: фронтальная, индивидуальная

Время выполнения: 450 минут

Вопросы для проверки готовности обучающихся к практическому занятию:

1. Дайте определение системы массового обслуживания.
2. В чем различие между одноканальными и многоканальными СМО.
3. Как определить вероятность отказа в обслуживании, зная вероятность обслуживания?

Рекомендуемая литература: [1], [2]

Форма отчетности по занятию: выполненный файл на компьютере

Последовательность выполнения работы

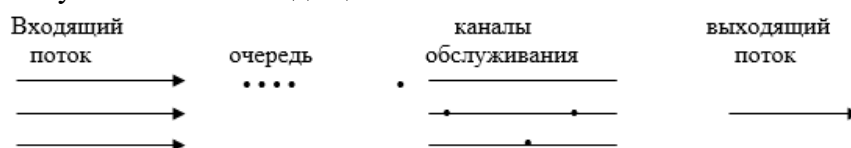
1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить практическую работу, пользуясь пояснениями преподавателя.
3. Предоставить выполненную работу преподавателю.

Краткие теоретические сведения:

Цель изучения СМО состоит в том, чтобы взять под контроль некоторые характеристики системы, установить зависимость между числом обслуживаемых единиц и качеством обслуживания. Качество обслуживания тем выше, чем больше число обслуживаемых единиц. Но экономически невыгодно иметь лишние обслуживающие единицы.

В промышленности СМО применяются при поступлении сырья, материалов, комплектующих изделий на склад и выдаче их со склада; обработке широкой номенклатуры деталей на одном и том же оборудовании; организации наладки и ремонта оборудования; определении оптимальной численности обслуживающих отделов и служб предприятий и т.д.

Основными элементами СМО являются источники заявок; их входящий поток; каналы обслуживания и выходящий поток.



В зависимости от характера формирования очереди СМО различают:

1. системы с отказами, в которых при занятости всех каналов обслуживания заявка не встает в очередь и покидает систему необслуженной;
2. системы с неограниченными ожиданиями, в которых заявка встает в очередь, если в момент ее поступления все каналы были заняты.
3. системы смешанного типа с ожиданием и ограниченной длиной очереди: заявка получает отказ, если приходит в момент, когда все места в очереди заняты. Заявка, попавшая в очередь, обслуживается обязательно.

По числу каналов обслуживания СМО делятся на одноканальные и многоканальные.

В зависимости от расположения источника требований, системы могут быть разомкнутыми (источник заявок находится вне системы) и замкнутыми (источник находится в самой системе).

Рассмотрим в отдельности элементы СМО.

Входящий поток: на практике наиболее распространенным является простейший поток заявок, обладающий свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последствия.

Стационарность характеризуется тем, что вероятность поступления определенного количества требований (заявок) в течение некоторого промежутка времени зависит только от длины этого промежутка.

Ординарность потока определяется невозможностью одновременного появления двух или более заявок.

Отсутствие последствия характеризуется тем, что поступление заявки не зависит от того, когда и сколько заявок поступило до этого момента. В этом случае вероятность того, что число заявок, поступивших на обслуживание за промежуток времени t , равно k , определяется по закону Пуассона.

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

где λ – интенсивность потока заявок, т.е. среднее число заявок в единицу времени: $\lambda = 1/\bar{\tau}$ (чел/мин, р/ч, автом/дн, кВт/ч), где $\bar{\tau}$ – среднее значение интервала времени между двумя соседними заявками;

k – число заявок, поступивших на обслуживание за промежуток времени t .

Для такого потока время между двумя соседними заявками распределено экспоненциально с плотностью вероятности:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Случайное время ожидания в очереди начала обслуживания считают распределенным экспоненциально:

$$f(t) = \nu e^{-\nu t},$$

где ν – интенсивность движения очереди, т.е. среднее число заявок, приходящихся на обслуживание в единицу времени: $\nu = 1/\bar{t}_{oc}$, где \bar{t}_{oc} – среднее значение времени ожидания в очереди.

Выходящий поток заявок связан с потоками обслуживания в канале, где длительность обслуживания $\bar{t}_{обс}$ является случайной величиной и часто подчиняется показательному закону распределения с плотностью

$$f(t_{обс}) = \mu e^{-\mu t},$$

где μ – интенсивность потока обслуживания, т.е. среднее число заявок, обслуживаемых в ед. времени: $\mu = 1/\bar{t}_{обс}$ (чел/мин, р/дн, кг/ч, докум/дн), t – среднее время обслуживания.

Важной характеристикой СМО, объединяющей λ и μ , является интенсивность нагрузки

$$\rho = \lambda / \mu$$

СМО с отказами

Заявка, поступившая в систему с отказами и нашедшая все каналы занятыми, получает отказ и покидает систему необслуженной. Показателем качества обслуживания выступает вероятность получения отказа. Предполагается, что все каналы доступны в равной степени всем заявкам, входящий поток является простейшим, длительность (время) обслуживания одной заявки ($t_{обс}$) распределена по показательному закону.

Формулы для расчета установившегося режима

1. Вероятность простоя каналов обслуживания, когда нет заявок ($k = 0$):

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n (\rho^k / k!)}$$

2. Вероятность отказа в обслуживании, когда поступившая на обслуживание заявка

$$\text{найдет все каналы занятыми } (k = n): P_{отк} = P_n = \frac{P_0 \cdot \rho^n}{n!}$$

3. Вероятность обслуживания: $P_{обс} = 1 - P_{отк}$

4. Среднее число занятых обслуживанием каналов: $\overline{n_3} = \rho \cdot P_{обс}$

5. Доля каналов, занятых обслуживанием: $k_3 = \frac{\overline{n_3}}{n}$

6. Абсолютная пропускная способность СМО: $A = \lambda P_{обс}$

СМО с неограниченным ожиданием

Заявка, поступившая в систему с неограниченным ожиданием и нашедшая все каналы занятыми, становится в очередь, ожидая освобождения одного из каналов.

Основной характеристикой качества обслуживания является время ожидания (время пребывания заявки в очереди).

Для таких систем характерно отсутствие отказа в обслуживании, т.е. $P_{отк}=0$ и $P_{обс}=1$.

Для систем с ожиданием существует дисциплина очереди:

1. обслуживание в порядке очереди по принципу «первым пришел – первым обслужен»;
2. случайное неорганизованное обслуживание по принципу «последний пришел - первым обслужен»;
3. обслуживание с приоритетами по принципу «генералы и полковники вне очереди».

Формулы для расчета установившегося режима

1. Вероятность простоя каналов, когда нет заявок ($k=0$): $P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n (\rho^k / k!)} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)}$

Предполагается, что $\rho/n < 1$, т.е. интенсивность нагрузки меньше числа каналов.

2. Вероятность занятости обслуживанием k заявок: $P_k = \frac{P_0 \cdot \rho^k}{k!}, 1 \leq k \leq n$

3. Вероятность занятости обслуживанием всех каналов: $P_n = \frac{P_0 \cdot \rho^n}{n!}$

4. Вероятность того, что заявка ожидается в очереди: $P_{оч} = \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \cdot P_0$

5. Среднее число заявок в очереди: $\overline{L_{оч}} = \frac{\rho^{n+1}}{(n+\lambda)!(n-\rho)^2} \cdot P_0$

6. Среднее время ожидания заявки в очереди: $\overline{t_{оч}} = \frac{\overline{L_{оч}}}{\lambda}$

7. Среднее время ожидания заявки в СМО: $\overline{t_{смo}} = \overline{t_{оч}} + t_{обс}$
8. Среднее число занятых обслуживанием каналов: $\overline{n_3} = \rho$
9. Среднее число свободных каналов: $\overline{n_{св}} = n - \overline{n_3}$
10. Коэффициент занятости каналов обслуживания: $k_3 = \frac{\overline{n_3}}{n}$
11. Среднее число заявок в СМО: $\overline{z} = L_{оч} + \overline{n_3}$

СМО с ожиданием и с ограниченной длиной очереди

Заявка, поступившая в систему с ожиданием с ограниченной длиной очереди и нашедшая все каналы и ограниченную очередь занятыми, покидает систему необслуженной.

Основной характеристикой качества системы является отказ заявке в обслуживании.

Ограничения на длину очереди могут быть из-за:

1. ограничения сверх времени пребывания заявки в очереди;
2. ограничения сверх длины очереди;
3. ограничения общего времени пребывания заявки в системе.

Формулы для установившегося режима

1. Вероятность простоя каналов, когда нет заявок ($k=0$):

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \cdot \left(1 - \left(\frac{\rho}{n}\right)^m\right)}$$

n – число каналов;

m – длина накопителя;

ρ – интенсивность нагрузки;

K – число заявок, поступивших на обслуживание за промежуток времени t .

2. Вероятность отказа в обслуживании: $P_{отк} = \frac{P_0 \cdot \rho^{n+m}}{n! \cdot n^m}$
3. Вероятность обслуживания: $P_{обс} = 1 - P_{отк}$
4. Абсолютная пропускная способность: $A = \lambda \cdot P_{обс}$
5. Среднее число занятых каналов: $\overline{n_3} = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda \cdot P_{обс}}{\mu} = \rho \cdot P_{обс}$, где $\rho = \lambda / \mu$
6. Среднее число заявок в очереди: $\overline{L_{оч}} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1 - (\rho/n)^m (m+1 - m\rho/n)}{(1 - \rho/n)^2} \cdot P_0$
7. Среднее время ожидания обслуживания: $\overline{t_{оч}} = \frac{\overline{L_{оч}}}{\lambda}$
8. Среднее число заявок в системе: $\overline{z} = L_{оч} + \overline{n_3}$
9. Среднее время пребывания в системе: $t_{смo} = z/\lambda$ $\overline{t_{смo}} = \frac{\overline{z}}{\lambda}$

Порядок выполнения заданий

Задача 1. Решить задачу СМО средствами MS Excel.

На строительном участке в инструментальной мастерской работают два мастера. Если рабочий заходит в мастерскую, когда оба мастера заняты обслуживанием ранее обратившихся работников, то они покидают мастерскую, не ожидая обслуживания. Статистика показала, что среднее число рабочих, обратившихся в мастерскую в течение часа, равно 18; среднее время, которое мастер затрачивает на заточку или ремонт равно 10 мин.

Оценить характеристики работы данной мастерской как СМО с отказами. Сколько мастеров должно работать в мастерской, чтобы вероятность обслуживания рабочих была выше 85%?

Решение.

По условию задачи:

- В системе работают 2 мастера - мастерская представляет собой 2-канальную СМО: $n=2$;
- работник покидает мастерскую, не ожидая обслуживания - СМО с отказами;
- среднее число рабочих, обратившихся в мастерскую в течение часа, равно 18
- поток заявок простейший с интенсивностью $\lambda = 18$;
- среднее время на обслуживание равно 10 мин. - $\overline{t_{об.}}=10$ мин или 1/6 часа.

Вычислим интенсивность длительности обслуживания: $\mu=1/\overline{t_{об.}}=6$.

Определим характеристики СМО. Для этого следует определить: вероятность того, что заявка, пришедшая в момент времени t , получит отказ; абсолютную и относительную пропускную способность СМО; среднее число заявок, обслуживаемых одновременно (другими словами, среднее число занятых мастеров).

Вспользуемся формулами:

1. Вероятность отказа в обслуживании (*формулы Эрланга*)

$$p_{отк} = p_n = p_0 \frac{\alpha^n}{n!},$$

где $p_0 = \left(1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!}\right)^{-1}$ – вероятность того, что все мастера свободны;

$\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = 18/6=3$ - нагрузка на систему:

$$\text{при } n = 2 \quad p_0 = \left(1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!}\right)^{-1} = \left(1 + 3 + \frac{3^2}{2!}\right)^{-1} \approx 0,118$$

$$p_{отк} = p_0 \frac{\alpha^n}{n!} = 0,118 \cdot \frac{3^2}{2!} \approx 0,53$$

2. Относительная пропускная способность B , т.е. вероятность того, что заявка будет обслужена,

$$B = 1 - p_{отк} = 1 - 0,53 \approx 0,47.$$

3. Абсолютную пропускную способность A получим, умножая интенсивность потока заявок λ на B :

$$A = \lambda B = \lambda \left(1 - p_0 \frac{\alpha^n}{n!}\right) = 18 \cdot 0,47 \approx 8,47.$$

4. Среднее число занятых каналов

$$M = \frac{A}{\mu} = \alpha \left(1 - p_0 \frac{\alpha^n}{n!}\right) = \frac{8,47}{6} \approx 1,41$$

Очевидно, что СМО перегружена: из двух мастеров занято в среднем $M=1,4$, а из обращающихся в мастерскую рабочих около $P_{отк}=53\%$ остаются необслуженными.

Определим, сколько мастеров должно работать в мастерской, чтобы вероятность обслуживания рабочих была выше 85%.

События «отказ в обслуживании» и «рабочего обслужили» являются противоположными, следовательно, $p_{отк} \leq 15\%$.

Рассчитаем $p_{\text{отк}}$ для разного количества мастеров:

при $n = 1$ $p_0 = (1 + \alpha)^{-1} = (1 + 3)^{-1} = 0,25$;

$$p_{\text{отк}} = p_0 \frac{\alpha^n}{n!} = 0,25 \cdot \frac{3^1}{1!} = 0,75 > 0,15$$

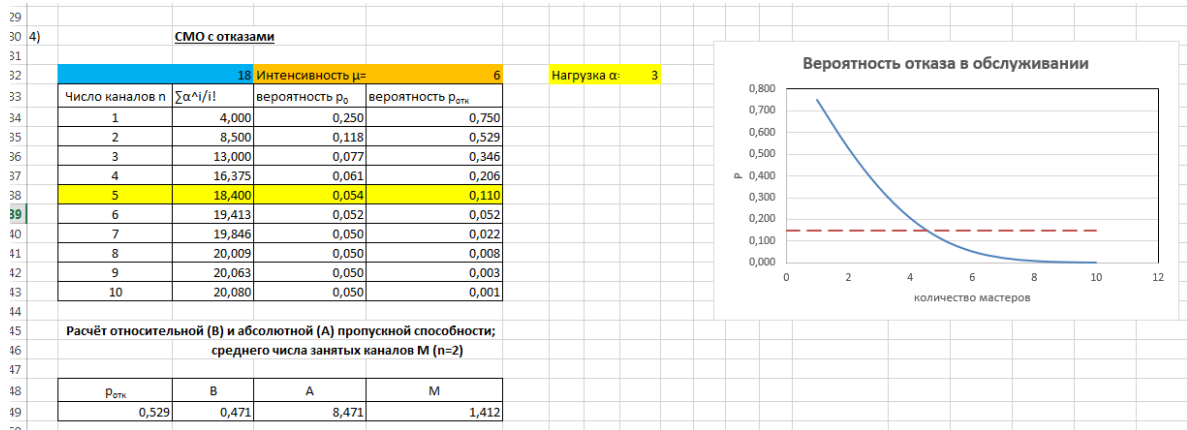
при $n = 2$ $p_0 = \left(1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!}\right)^{-1} = \left(1 + 3 + \frac{3^2}{2!}\right)^{-1} = 0,118$;

$$p_{\text{отк}} = 0,118 \cdot \frac{3^2}{2!} = 0,529 > 0,15$$

при $n = 3$ $p_0 = \left(1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^3}{3!}\right)^{-1} = \left(1 + 3 + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!}\right)^{-1} = 0,077$

$$p_{\text{отк}} = 0,077 \cdot \frac{3^3}{3!} = 0,346 > 0,15 \text{ и т.д.}$$

Остальные вычисления выполнены в Excel:



Из графика и из таблицы расчетов видно, что минимальное число каналов обслуживания (мастеров), при котором вероятность обслуживания работников будет выше 85% (вероятность отказа ниже 15%), равно $n = 5$.

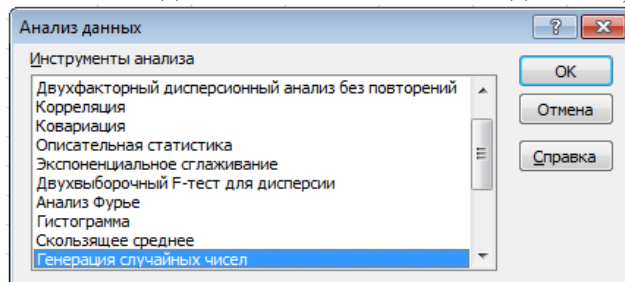
Задача 2. Имитационное моделирование.

Смоделировать 10 значений СВ X – длительность приёма пациентов в кабинете врача, имеющую показательное распределение, где интенсивность приёма $\mu = 3$, и СВ Y – число поступающих в единицу времени пациентов, имеющую распределение Пуассона, где параметр Пуассона $\lambda = 4$, используя средства Excel.

Решение.

Для получения значений случайной величины X с показательным законом распределения $f(x) = \mu e^{-\mu x}$ используем датчик случайных чисел $x_i = -\frac{1}{\mu} \ln P_i$. Так как P_i есть равномерно распределенная случайная величина в интервале от 0 до 1, то и $(1 - P_i)$ является таковой. Непрерывное распределение моделирует функция Excel = СЛЧИС(), которая возвращает случайное число из интервала от 0 до 1. У этой функции нет аргумента (рис. 26).

Для моделирования значений СВ Y используем инструмент **Генерация случайных чисел** в MS Excel **Пакет анализа**. При вызове этой надстройки (**Данные/ Анализ данных**) появляется диалоговое окно **Анализ данных**, содержащее список инструментов анализа:



Из списка **Инструменты анализа** выбирается пункт **Генерация случайных чисел** (кнопка **ОК**). На экране появляется диалоговое окно **Генерация случайных чисел**:

Рассматриваемая надстройка позволяет использовать семь типов распределений: равномерное, нормальное, Бернулли, биномиальное, Пуассона, модельное и дискретное. Заполним его для распределения Пуассона, задавая количество чисел -10 и значение $\lambda = 4$ и ячейку для вывода значений СВ Y .

В итоге получим два столбца для X и Y .

	A	B	C	D	E	F
1	№	X	Y			
2	1	0,112952319	2		$\mu = 3$	
3	2	0,334463125	5			
4	3	0,157740617	2			
5	4	0,101093119	4			
6	5	0,003468105	2			
7	6	0,395072454	4			
8	7	0,094426766	2			
9	8	0,161065663	1			
10	9	0,272941052	4			
11	10	0,377826495	5			

Полученные результаты можно интерпретировать следующим образом:

- для СВ Y : в первый час приёма кабинет врача посетило 2 пациента, во второй час - 5 пациентов и т.д.
- для СВ X : первый пациент был на приёме около 6 минут (0,11 часа); второй - 18 минут (0,33 часа) и т.д.

Этапы выполнения работы:

Задание 1. Использовать методы теории массового обслуживания для исследования предлагаемой хозяйственной ситуации. При моделировании предполагается, что поток требований на обслуживание является простейшим (пуассоновским), а продолжительность обслуживания распределена по экспоненциальному (показательному) закону. Задачу следует решить с помощью средств MS Excel.

В бухгалтерии организации в определенные дни непосредственно с сотрудниками работают два бухгалтера. Если сотрудник заходит в бухгалтерию для оформления документов (доверенностей, авансовых отчетов и пр.), когда оба бухгалтера заняты обслуживанием ранее обратившихся работников, то он уходит из бухгалтерии, не ожидая обслуживания. Статистический анализ показал, что среднее число сотрудников, обращающихся в бухгалтерию в течение часа, равно λ ; среднее время, которое затрачивает бухгалтер на оформление документа, равно $T_{\text{ср}}$ мин. (значения λ и $T_{\text{ср}}$ по вариантам даны ниже в таблице).

Оценить основные характеристики работы данной бухгалтерии как СМО с отказами (указание руководства не допускать непроизводительных потерь рабочего времени!). Сколько бухгалтеров должно работать в бухгалтерии в отведенные дни с сотрудниками, чтобы вероятность обслуживания сотрудников была выше 85%? Номер варианта соответствует последней цифре зачётной книжки.

№ варианта, задачи	Параметр λ	Параметр $T_{cp}=1/\mu$
1	18	10
2	4	10
3	16	10

Задание 2. Организуйте датчики псевдослучайных чисел для целей статистического моделирования (для использования метода Монте-Карло).

Статистический анализ показал, что случайная величина X длительности обслуживания клиента в парикмахерской следует показательному закону распределения с параметром μ , а число поступающих в единицу времени клиентов (с.в. Y) - закону Пуассона с параметром λ . Значения параметров λ и μ по вариантно даны ниже в таблице.

Получите средствами MS Excel 15 реализаций с.в. X и 15 реализаций с.в. Y . **Дать интерпретацию полученных чисел.**

№ варианта, задачи	Параметр λ	Параметр μ
1	1,6	0,3
2	1,7	0,4
3	1,8	0,5

Критерии оценивания:

«отлично» - 86 – 100%,

«хорошо» - 66 – 85%,

«удовлетворительно» - 45 – 65%,

«неудовлетворительно» - менее 45%.

Практическое занятие № 4

Тема раздела: Раздел 3. Методы моделирования логистических систем

Тема практического занятия: Моделирование логистических систем с использованием теории массового обслуживания

Цель: научиться определять количественные показатели качества функционирования системы массового обслуживания.

Методы обучения: эвристический, практические репродуктивные, наглядно-словесный, создание ситуации успеха, методы контроля и самоконтроля

Форма организации учебной деятельности: фронтальная, индивидуальная

Время выполнения: 450 минут

Вопросы для проверки готовности обучающихся к практическому занятию:

1. Из каких основных компонентов состоит СМО?
2. Какие бывают СМО?
3. Как определить основные функциональные характеристики СМО?

Рекомендуемая литература: [1], [2]

Форма отчетности по занятию: выполненный файл на компьютере

Последовательность выполнения работы

1. Изучить теоретический материал по конспекту в тетради.
2. Выполнить практическую работу, пользуясь пояснениями преподавателя.
3. Предоставить выполненную работу преподавателю.

Краткие теоретические сведения:

Теория массового обслуживания – область прикладной математики, занимающаяся анализом процессов в системах производства, обслуживания, управления, в которых однородные события повторяются многократно, например, на предприятиях бытового

обслуживания; в системах приема, переработки и передачи информации; автоматических линиях производства и других.

Предметом теории массового обслуживания является установление зависимостей между характером потока заявок, числом каналов обслуживания, производительностью отдельного канала и эффективным обслуживанием с целью нахождения наилучших путей управления этими процессами.

Системы массового обслуживания (СМО) – это такие системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание, которые удовлетворяются с помощью имеющихся в распоряжении системы каналов обслуживания (сервисов).

Основными компонентами СМО являются два потока событий:

1) **входной** поток заявок (требований на обслуживание), характеризующийся своей интенсивностью λ (средним количеством клиентов, поступающих в систему в единицу времени) или средним интервалом времени между их последовательными поступлениями $t_{\text{пост}}$;

2) **выходной** поток заявок, описываемый интенсивностью обслуживания μ (средним количеством обслуженных заявок в единицу времени) или средней продолжительностью обслуживания $t_{\text{обсл}}$.

Для СМО разомкнутого типа, у которых входной и выходной потоки подчинены распределению Пуассона, в качестве **исходных данных** для расчета функциональных характеристик используются:

- интенсивность входного потока заявок λ ;
- интенсивность обслуживания μ ;
- количеством параллельно работающих однородных сервисов (обслуживающих каналов) s ;
- максимальная емкость очереди m ;
- мощность источника заявок f .

Состоянием системы называется число находящихся в данный момент в СМО заявок n . Поступающие заявки могут сразу попасть на обслуживание (если сервис свободен) или ожидать в очереди.

Если максимально допустимое число мест в очереди m конечно, то в СМО могут происходить отказы в предоставлении сервиса (система с отказами). Отклоняются от обслуживания те заявки, в момент прихода которых все места в очереди случайно оказались занятыми или при $m = 0$ (система без очереди) все каналы обслуживания оказались занятыми. В СМО с неограниченной длиной очереди ($m = \infty$) пришедшая заявка

при невозможности немедленного обслуживания ожидает обслуживания при любой длине очереди и продолжительности времени ожидания.

По способу отбора из очереди заявок для обслуживания различают следующие виды дисциплины очереди:

- 1) первым пришел – первым обслуживается (FCFS);
- 2) последним пришел – первым обслуживается (LCFS);
- 3) случайный отбор заявок (SIRO);
- 4) ограничено время пребывания заявки в очереди;
- 5) с приоритетами, при которой некоторые находящиеся в очереди заявки имеют право первоочередного обслуживания (например, срочные работы выполняются раньше обычных).

По числу каналов обслуживания с различают одноканальные и многоканальные СМО. Многоканальные СМО разделяют:

- по характеристикам каналов – на однородные и неоднородные СМО;
- по расположению каналов – на СМО с параллельным и последовательным расположением сервисов.

В некоторых СМО интенсивность входного потока может зависеть от числа заявок, уже находящихся в системе (СМО замкнутого типа). В такой системе конечность очереди является следствием ограниченности мощности источника, создающего заявки на обслуживание. В СМО с источником бесконечной мощности (СМО разомкнутого типа) интенсивность входного потока практически не зависит от состояния системы.

Наиболее употребляемыми **функциональными характеристиками** стационарных СМО являются следующие:

- $p_{\text{отк}}$ – вероятность отказа в обслуживании (средняя доля заявок, получивших отказ в обслуживании):

– для СМО с отказами

$$p_{\text{отк}} = p_{c+m} = \frac{\rho^{c+m}}{c^m c!} p_0;$$

– для СМО с неограниченной очередью

$$p_{\text{отк}} = 0;$$

- q – относительная пропускная способность системы (средняя доля обслуженных заявок; вероятность обслуживания)

$$q = 1 - p_{\text{отк}};$$

- – относительная нагрузка на систему

$\rho = \lambda / \mu$; – эффективная интенсивность поступления заявок в систему (абсолютная пропускная способность системы; среднее число заявок, обслуживаемых системой в единицу времени)

- L_q – среднее число заявок в очереди (средняя длина очереди):

– для СМО без очереди

$L_q = 0$ – для СМО с ограниченной очередью

$$L_q = \begin{cases} \frac{\rho^{c+1}}{c \cdot c!} \frac{1 - \left(\frac{\rho}{c}\right)^m \left(m + 1 - m \frac{\rho}{c}\right)}{\left(1 - \frac{\rho}{c}\right)^2} p_0, & \frac{\rho}{c} \neq 1 \\ \frac{\rho^{c+1}}{c \cdot c!} \cdot \frac{m(m+1)}{2} p_0, & \frac{\rho}{c} = 1 \end{cases}$$

– для СМО с неограниченной очередью

$$L_q = \frac{c\rho}{(c-\rho)^2} p_c;$$

- L_s – среднее число находящихся в системе заявок
- W_q – среднее время (средняя продолжительность) пребывания заявки в очереди
- W_s – среднее время (средняя продолжительность) пребывания заявки в системе
- \bar{c} – среднее количество занятых средств обслуживания

$$\bar{c} = L_s - L_q = \lambda_{\text{эфф}} / \mu;$$

- p_n – вероятность того, что в системе находится n заявок

– для СМО с отказами

Этапы выполнения работы:

Задание №1. Газозаправочная станция для автомобилей располагает двумя газовыми насосами. В очереди, ведущей к насосам, могут расположиться не более пяти автомашин, включая те, которые обслуживаются. Если уже нет места, прибывающие автомобили уезжают искать другую заправку. Распределение прибывающих автомобилей является пуассоновским с математическим ожиданием 20 автомобилей в час. Время обслуживания клиентов имеет экспоненциальное распределение с математическим ожиданием 6 минут.

На основе расчета функциональных характеристик СМО определить:

- процент автомобилей, которые будут искать другую заправку;
- процент времени, когда используется только один из насосов;
- процент времени использования двух насосов;
- вероятность того, что прибывающий автомобиль найдет свободное место в очереди;

– среднее время пребывания автомобиля на газозаправочной станции.

Функциональные характеристики СМО

Характеристика	Описание	Значение
λ	интенсивность входного потока заявок	20
μ	интенсивность обслуживания	10
ρ	относительная нагрузка на систему	2,00000
$\rho_{\text{эфф}}$	эффективная интенсивность поступления заявок в систему	13,3333
L_q	среднее число заявок в очереди	2,00000
L_s	среднее число находящихся в системе заявок	3,73333
W_q	средняя продолжительность пребывания заявки в очереди	0,11538
W_s	средняя продолжительность пребывания заявки в системе	0,21538
p_0	вероятность состояния S_0	0,06667
p_1	вероятность состояния S_1	0,13333
p_2	вероятность состояния S_2	0,13333
p_3	вероятность состояния S_3	0,13333
p_4	вероятность состояния S_4	0,13333
p_5	вероятность состояния S_5	0,13333
p_6	вероятность состояния S_6	0,13333
p_7	вероятность состояния S_7	0,13333

Интерпретация полученных результатов.

– процент автомобилей, которые будут искать другую заправку = $p_{c+m} = p_7 = 13,33\%$

– процент времени, когда используется только один из насосов = $p_1 = 13,33\%$

– процент времени использования двух насосов = $p_2 + \dots + p_7 = 80\%$

– вероятность того, что прибывающий автомобиль найдет свободное место в очереди = $1 - p_7 = 86,67\%$

– среднее время пребывания автомобиля на газозаправочной станции = $W_s = 0,21538 \text{ ч.} = 13 \text{ минут}$

Критерии оценивания:

«отлично» - 86 – 100%,
«хорошо» - 66 – 85%,
«удовлетворительно» - 45 – 65%,
«неудовлетворительно» - менее 45%.